M—A 2

平成 28 年度入学試験問題

数　学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～リで 40 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～リの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) $\frac{1}{2}\log_4(2x+2)^2+\log_{\frac{1}{4}}(2x-7)=2$ の解は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である.

(2) $0 \leqq \theta < \pi$ のとき, $2\tan\theta\cos^2\theta-\sqrt{3}\cos 2\theta<1$ の解は,

$$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{4},\quad \frac{\boxed{\text{ウ}}}{12}\pi < \theta < \pi$$

である.

(3) 12 で割ると 2 余り, 21 で割ると 20 余る最小の自然数は $\boxed{\text{エ}}$ である.

(4) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^3+2x^2+x+2}=\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{bx+1}{x^2+1}$ が x についての恒等式であるとき,

$a=\boxed{\text{オ}}$, $b=\boxed{\text{カ}}$ である.

(5) 2 つの放物線 $y=x^2+3x-5$ と $y=-x^2+3x+5$ で囲まれた図形の面積は

$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

〔Ⅱ〕

(1) 条件 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{2a_n + 6}{a_n + 1}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

(a) $b_n = \dfrac{a_n + 2}{a_n - 3}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ と数列 $\{b_n\}$ を定めると，この数列は公比 $\boxed{\text{コ}}$ の等比数列である.

(b) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{コ}}^{\,n} - 1}$$

(c) a_n の値が最大となるのは $n = \boxed{\text{ス}}$ のときである.

(d) $a_1 + a_2 + \cdots + a_n > 12$ を満たす最小の n の値は $\boxed{\text{セ}}$ である.

(2) 平面上に $\triangle\mathrm{OAB}$ があり，その重心を G とする.
$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 2$, $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 2\sqrt{2}$, $|\overrightarrow{\mathrm{OG}}| = \sqrt{2}$ である.

(a) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{\text{ソ}}$

(b) 点 P が直線 OG 上を動くとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$ の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である.

(c) 線分 AB を 4 : 1 に外分する点を C とする．直線 CG と直線 OA の交点を Q とする. $\dfrac{|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|} = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である.

〔Ⅲ〕 袋Aには白玉3個，赤玉3個，袋Bには白玉4個，赤玉2個，袋Cには白玉2個，赤玉4個が入っている．袋A，袋Bから玉を同時に1個ずつ取り出し，袋Aから取り出した玉を袋Bに，袋Bから取り出した玉を袋Aに入れる．次に，袋B，袋Cから玉を1個ずつ同時に取り出し，袋Bから取り出した玉を袋Cに，袋Cから取り出した玉を袋Bに入れる．以上の試行を1回行った．

(1) 3つの袋A，B，Cの白玉と赤玉の個数が試行前と変わらない確率は

$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である．

(2) 袋Bの白玉と赤玉の個数が試行前と変わらない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である．

(3) 袋Cの白玉と赤玉の個数が等しい確率は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である．

〔Ⅳ〕

(1) (a) $\displaystyle\int_0^1 xe^{-x^2}dx = \frac{1}{\boxed{\text{ハ}}}\left(\boxed{\text{ヒ}}\,e^{-1} + \boxed{\text{フ}}\right)$

(b) 複素数zが$|z-1-i|=1$，$z \neq 1$を満たしながら動くとき，$w=\dfrac{2}{z-1}$は点$\boxed{\text{ヘ}}\,i$を通り，虚軸となす角が$\boxed{\text{ホ}}^{\circ}$の直線上を動く．

(2) 座標平面においてx軸上の点$(a,\ 0)$(ただし，$a > 2\sqrt{2}$)から楕円E：$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$に2本の接線$\ell$，$m$を引き，それらの接点をそれぞれQ，Rとする．点Qは第1象限にあり，点Rは第4象限にある．点Qと点Rで直線ℓ，mに接する円を$C(a)$とする．

(a) 点Qの座標は$\left(\dfrac{\boxed{\text{マ}}}{a},\ \dfrac{\sqrt{2\left(a^2-\boxed{\text{マ}}\right)}}{a}\right)$である．

(b) $C(4)$の中心の座標は$\left(\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}},\ 0\right)$である．

(c) $C(a)$の半径は$\dfrac{\sqrt{2\left(a^2+\boxed{\text{メ}}\right)}}{a}$である．

(3) 関数$f(x)=|x|\left(\sqrt{x+4}+a\right)$の$x=-3$における微分係数は$\boxed{\text{モ}}\,a+\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$である．$f(x)$が$x=0$で微分可能であるような定数$a$の値は$\boxed{\text{ヨ}}$である．$a=0$のとき，$y=f(x)$のグラフと$x$軸で囲まれる部分の面積は$\dfrac{2^{\boxed{\text{ラ}}}}{\boxed{\text{リ}}}$である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。