

2022 年度入学試験問題

数 学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 3ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙の指定箇所に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

2022 年度入学試験問題

数 学

(90分)

問題は次のページです

[I] この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書きなさい。

- (1) $a = \sqrt{6} - 1$ のとき、 $a^3 + a^2 + a + 1$ の値を求めなさい。
- (2) k を定数とする。座標平面上の直線 $(1 + 2k)x + (1 - k)y = 4 + 2k$ は、 k の値に関係なく定点を通る。その定点の座標を求めなさい。
- (3) 方程式 $2\log_4 x + 6\log_8(x - 1) = 1$ を解きなさい。
- (4) O を原点とする座標空間の 2 点 $A(2, -3, 6)$, $B(4, 1, -7)$ に対して、次を求めなさい。
 - (a) $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の値
 - (b) $|\vec{AB}|$ の値

[II] S, H, I, K, E, N の 6 文字を横 1 列に並べるとき、次のような並べ方は何通りあるかそれぞれ求めなさい。

- (1) S が K より左に並ぶ。
- (2) S, K, N の 3 文字が隣り合う。
- (3) S, K, N のどれもが隣り合わない。

[III]

- (1) 数列 $\{a_n\}$ が次を満たすとする.

$$a_3 = 41, \quad a_{n+1} = 3a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (a) 初項 a_1 を求めなさい.
(b) 一般項 a_n を求めなさい.

- (2) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $f(\theta) = 2 \sin 2\theta - 3\sqrt{6}(\cos \theta + \sin \theta) + 8$ について、次の問いに答えなさい.

- (a) $t = \cos \theta + \sin \theta$ とおくと、 $f(\theta)$ を t を用いて表しなさい.
(b) t の取りうる値の範囲を求めなさい.
(c) 不等式 $f(\theta) > 0$ を解きなさい.

[IV] i を虚数単位とする. 複素数平面上の異なる2点 $A(2+i)$, $P(z)$ に対し, 線分 AP を $2:1$ に内分する点を $Q(w)$ とする.

- (1) w を z を用いて表しなさい.
- (2) 点 $P(z)$ が中心 $-1+i$, 半径 6 の円の周上を動くとき, 点 $Q(w)$ が描く図形を複素数平面上に図示しなさい.
- (3) 点 $Q(w)$ が (2) で求めた図形上を動くとき, 絶対値 $|w-3|$ の最大値と最小値を求めなさい.

[V] 次の問いに答えなさい.

- (1) $x \geq 1$ のとき, 不等式 $e^x > x^2$ が成り立つことを示しなさい. ただし, $e > 2$ であることは用いてよい.
- (2) 不定積分 $\int x e^{-x} dx$ を求めなさい.
- (3) 関数 $f(x) = \int_0^{x^2} t e^{-t} dt$ について, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めなさい.