

## 2019 年度入学試験問題

## 数 学

(90分)

## 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は2ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。  
解答用紙の汚れなど気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(3枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙の指定箇所に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[ I ] この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書きなさい。

(1)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\cos 2\theta = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$  を満たす  $\theta$  の値をすべて求めなさい。

(2) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が  $S_n = n^2 + 2n$  で表されるとする。

(a) 初項  $a_1$  を求めなさい。

(b) 一般項  $a_n$  を求めなさい。

(c)  $\sum_{k=1}^n a_k^2$  を求めなさい。

(3) 次を満たす複素数  $z$  をすべて求めなさい。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

$$\begin{cases} z - \bar{z} = -8i \\ z \bar{z} = 25 \end{cases}$$

(4) 2進法で表すと10桁の数となる正の整数を、8進法で表したときの桁数および最高位の数を求めなさい。

[ II ] 大小2個のさいころを同時に投げるとき、それぞれのさいころの出る目の数を  $a, b$  とする。次の確率を求めなさい。

(1) 2次不等式  $x^2 + 2ax + 2b > 0$  の解がすべての実数である確率

(2) 2次方程式  $x^2 + 2ax + 2b = 0$  が整数解をもつときに、それが重解である条件つき確率

[ III ]

- (1) (a) 連立不等式

$$4x + y \leq 16, \quad x - y \leq -1 \quad x \geq 1, \quad y \leq 8$$

の表す領域  $D$  を図示しなさい。

- (b) 点  $(x, y)$  が (a) の領域  $D$  を動くとき、 $5x + y$  の最大値と最小値を求めなさい。

- (2) 四面体  $ABCD$  において、 $AB = BC$ ,  $CD = DA$  とする。

- (a)  $\overrightarrow{BC}$  を  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  を用いて表しなさい。  
(b)  $AC^2 = 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  を示しなさい。  
(c)  $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$  を示しなさい。

[ IV ]

- (1)  $f(x) = e^x + e^{-x} + \cos x$  とする。

- (a)  $f'(x)$  を求めなさい。  
(b)  $f''(x)$  を求めなさい。  
(c)  $f(x)$  が  $x = 0$  で極値をもつことを示しなさい。また、 $f(0)$  が極大値と極小値のどちらであるか述べなさい。

- (2)  $a$  は  $0 < a < 4$  を満たす定数とする。曲線  $y = \sqrt{x+a}$  と  $x$  軸、 $y$  軸および直線  $y = 2$  で囲まれた図形について、次の問いに答えなさい。

- (a) この図形の  $x \leq 0$  の部分の面積を  $S_1$  とし、 $x \geq 0$  の部分の面積を  $S_2$  とするとき、 $S_1 = S_2$  となる  $a$  の値を求めなさい。  
(b) この図形を  $y$  軸のまわりに回転してできる立体の体積の最小値を求めなさい。また、そのときの  $a$  の値を求めなさい。